Ćwiczenie 6

Temat: Identyfikacja odpowiedzi impulsowej

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyrobienie umiejętności identyfikacji odpowiedzi impulsowej dynamicznego obiektu sterowania.

Wprowadzenie

W ćwiczeniu przyjmowane są założenia:

1. W rzeczywistości dyskretny obiekt dynamiczny (rys. 1) jest opisany następująco:

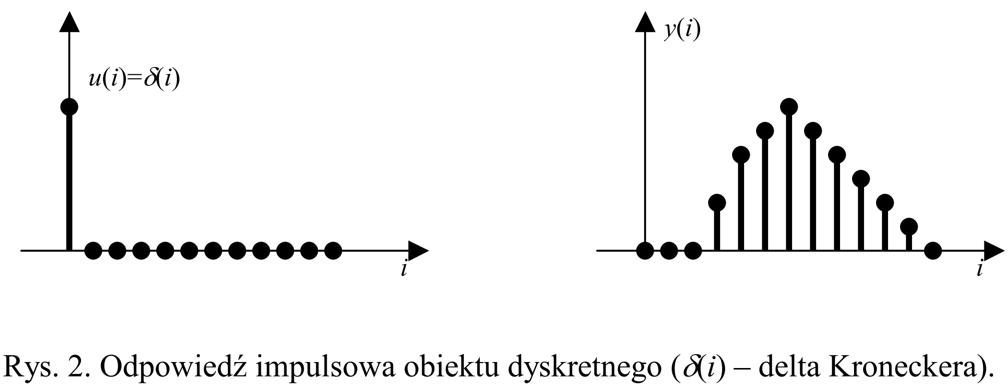
$$y(i) = \sum_{j=0}^{\infty} g_j u(i-j) + b(i), \tag{1}$$

gdzie $y(i)$ jest mierzonym sygnałem wyjściowym obiektu, $u(\cdot)$ jest sterowaniem, g_j jest odpowiedzią impulsową obiektu, $b(i)$ jest wypadkowym zakłóceniem sprowadzonym na wyjście obiektu.

2. Zakłócenie $b(i)$ jest nieskorelowane z sygnałem wejściowym $u(i)$.

Rys. 1. Schemat blokowy dyskretnego obiektu sterowania.

Z zależności (1) wynika, że wyjście układu dynamicznego w danej chwili i jest zależne od sterowania (wejścia) obiektu w tej samej chwili oraz od sterowań w chwilach poprzednich. Wpływ sterowania jest tym mniejszy im chwila, w której ono występuje jest bardziej odległa od rozpatrywanej chwili. Należy zauważyć, że wiele rzeczywistych obiektów reaguje na sterowanie z opóźnieniem, co oznacza, że sterowanie w danej chwili ma wpływ na wyjście obiektu dopiero w chwilach następnych (rys. 2).



Rys. 2. Odpowiedź impulsowa obiektu dyskretnego ($\delta(i)$ – delta Kroneckera).

Zadaniem identyfikacji odpowiedzi impulsowej obiektu jest znalezienie oszacowania tej odpowiedzi, lub inaczej znalezienie oszacowania parametrów modelu obiektu $\overline{g}_j$ $j = 0, 1, 2, 3, ..., n$, będących wartościami odpowiedzi impulsowej obiektu dla dyskretnych chwil czasowych o numerach 0, 1, 2, ..., n, przy czym n jest numerem ostatniej dyskretnej chwili czasowej, dla której przyjmuje się, że odpowiedź impulsowa obiektu jest różna od zera. Wspomniany model obiektu opisuje zależność:

$$\overline{y}(i) = \sum_{j=0}^{i} \overline{g}_j u(i-j), \tag{2}$$

gdzie $\overline{y}(i)$ jest sygnałem wyjściowym modelu.

Należy zauważyć, że przyjmowane jest założenie o tym, że różna od zera odpowiedź impulsowa występuje w okresie od chwili numer 0 do chwili numer n. Oznacza to, że w procesie identyfikacji należy wyznaczyć skończoną liczbę parametrów modelu opisanego równaniem (2).

Jeden ze sposobów identyfikacji odpowiedzi impulsowej zakłada wykorzystanie metody najmniejszych kwadratów.

Gdy sterowania obiektu od chwili o numerze 0 do chwili o numerze m określa ciąg:

$$u(0), u(1), \quad \ldots \quad, u(m), \tag{3}$$

a wyjścia od chwili o numerze m_1 do chwili o numerze m są następujące:

$$y(m_1), y(m_1+1), \quad \ldots \quad, y(m). \tag{4}$$

to z równania modelu (2) wynika, że:

$$\overline{y}(m_1) = \sum_{j=0}^{n} \overline{g}_j u(m_1 - j), \tag{5}$$

$$\overline{y}(m_1+1) = \sum_{j=0}^{n} \overline{g}_j u(m_1 + 1 - j), \tag{6}$$

$$\vdots$$

$$\overline{y}(m-1) = \sum_{j=0}^{n} \overline{g}_j u(m - 1 - j), \tag{7}$$

$$\overline{y}(m) = \sum_{j=0}^{n} \overline{g}_j u(m - j). \tag{8}$$

W zależnościach wiążących wyjście modelu ze sterowaniami nie będzie sterowań dla czasów ujemnych, gdy

$$m_1 \geq n. \tag{9}$$

Gdy słuszne jest założenie

$$m_1 = n. \tag{10}$$

to zamiast równań (5) – (8) można rozpatrywać równanie macierzowe o postaci:

$$\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{G}}^T \mathbf{U}, \tag{11}$$

gdzie: $\overline{\mathbf{Y}} = [\overline{y}(n), \overline{y}(n+1), \ldots, \overline{y}(m)]$, $\overline{\mathbf{G}} = [\overline{g}_0, \overline{g}_1, \ldots, \overline{g}_n]^T$,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u(n) & u(n+1) & \ldots & u(m) \\ u(n-1) & u(n) & \ldots & u(m-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u(0) & u(1) & \ldots & u(m-n) \end{bmatrix}.$$

Wektor parametrów modelu, wyznaczony na podstawie metody najmniejszych kwadratów, przedstawia równanie:

$$\overline{\mathbf{G}} = \left(\mathbf{U}\mathbf{U}^T\right)^{-1}\mathbf{U}\mathbf{Y}^T, \tag{12}$$

gdzie: $\mathbf{Y} = [y(n), y(n+1), \ldots, y(m)]$.

Do identyfikacji odpowiedzi impulsowej dynamicznego, liniowego obiektu sterowania zastosować można także metodę korelacyjną. Zakłada się przy tym brak korelacji pomiędzy sterowaniem a zakłóceniem. W metodzie wykorzystywane są zależności wynikające z równania Wienera-Hopfa, określającego związek pomiędzy funkcjami autokorelacji sygnału wejściowego c_{uu}, oraz korelacji wzajemnej między sygnałem wejściowym i wyjściowym c_{yu}. Równanie Wienera-Hopfa ma postać:

$$c_{yu}(k) = g(0)c_{uu}(k) + \ldots + g(p-1)c_{uu}(k-p+1) + \ldots = \sum_{j=0}^{\infty} g(j)c_{uu}(k-j) \tag{13}$$

Po ograniczeniu liczby chwil czasowych, w których odpowiedź impulsowa jest różna od zera, z równania (13) otrzymuje się równanie:

$$c_{yu}(k) = \sum_{j=0}^{n} g(j)c_{uu}(k-j). \tag{14}$$

Ocena funkcji korelacji wyznaczana jest ze wzoru:

$$c_{yu}(k) = \frac{1}{2n+1}\sum_{i=-n}^{n} y(i)u(i-k) \tag{15}$$

gdzie: n – liczba pomiarów,

ponieważ niemożliwa jest w praktyce znajomość nieskończonej liczby pomiarów wejścia i wyjścia obiektu.

Ze względu na postać funkcji autokorelacji $c_{uu}(k)$ szczególnie przydatne jest zastosowanie szumu białego o znanej wariancji lub sygnału o zbliżonych właściwościach (np. pseudolosowy szum binarny) jako sygnału wejściowego obiektu. W takim przypadku bardzo prosto można wyznaczyć odpowiedź impulsową obiektu, gdyż:

$$c_{yu}(k) = \lambda^2 g_k \tag{16}$$

gdzie: λ^2 – wariancja szumu białego.

Program ćwiczenia

1. Zaprogramować w środowisku MATLAB proces identyfikacji odpowiedzi impulsowej obiektu dynamicznego z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów.
2. Na podstawie wyników obserwacji sygnału wejściowego i wyjściowego zadanego obiektu sterowania zidentyfikować jego odpowiedź impulsową.

3. Dokonać weryfikacji zidentyfikowanej odpowiedzi impulsowej w zależności dla różnej liczby danych pomiarowych *m*. Do weryfikacji użyć właściwych testów (patrz ćwiczenie 4 - ćwiczenie *Identyfikacja parametryczna modeli stacjonarnych obiektów dynamicznych*).
4. Dokonać analizy statystycznej identyfikacji metodą najmniejszych kwadratów. Określić granice przedziału ufności, w którym mieści się rzeczywista wartość każdego punktu identyfikowanej odpowiedzi impulsowej, zakładając poziom ufności $1 - \alpha = 0,95$. Czy wszystkie punkty identyfikowanej charakterystyki można potraktować jako istotne pod względem statystycznym?
5. Zidentyfikować odpowiedź impulsową obiektu dynamicznego na podstawie posiadanych danych, stosując metodę korelacyjną. Uzyskane wyniki porównać z wynikami otrzymanymi za pomocą metody najmniejszych kwadratów.
6. Opracować sprawozdanie, w którym będą przedstawione i omówione uzyskane wyniki identyfikacji odpowiedzi impulsowej.